

PASTA DİLİMLERİNİN FİYATI NE KADAR?

Evrin Erbilgin* Baki Şahin** Serkan Arıkan***

ÖZET

Kesirler konusu ilköğretim programı içinde öğrencilerin sıklıkla kavram yanlışlarına sahip olduğu konulardan birisidir. Bu makalede, öğrencilerin kesrin referans alınan bütüne göre belirlenmesi, kesirlerde eşit kısımlara ayırma ve bütünün farklı parçalarını ilişkilendirmek konularında incelemeler yapmasına fırsat tanıyan bir etkinliğin uygulama süreci ve değerlendirmesi paylaşılmıştır. Öğrenciler etkinlikte farklı pasta modelleri üzerinde çalışmışlar, pastaların farklı dilimlerinin fiyatlarını belirlemişlerdir. Bazı öğrenciler, eşit görünümlü kısımların fiyatlarını eşit tahmin etmelerine rağmen, bütünün farklı parçaları arasında ilişki kurmakta zorlanmışlardır. Makalede, öğrenci yanıtları paylaşılmış, ileriki uygulamalar için önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar kelimeler: kesirler, parça-bütün ilişkisi, kesirlerle ilgili kavram yanlışları

HOW MUCH IS EACH CAKE SLICE?

ABSTRACT

Among elementary school mathematics content domains, fraction is one of the concepts that students have misconception frequently. In this paper, an activity designed to help students investigate fractions with different shapes for wholes, relate different parts of a whole, and discuss the idea of equal sized parts is described. As part of the activity, students worked with different cake models and determined the prices for different parts of the cakes. Some students understood the idea that equal-sized parts should be priced same; however they had difficulty in relating

* Yrd. Doç. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, e-posta:erbilgine@mu.edu.tr

**Yrd. Doç. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, e-posta: baki@mu.edu.tr

***Yrd. Doç. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, e-posta: serkanarikan@mu.edu.tr

different parts of a cake. In the paper, student responses are given and suggestions for future implementations are provided.

Keywords: fractions, part-whole relationships, misconceptions about fractions

GİRİŞ

Kesirler, ilkökul matematik öğretim programımızda her yıl yer alan ve öğrencilerin ilerideki matematik bilgilerine temel oluşturan önemli konulardan birisidir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009). Konunun önemine karşın, kesir kavramı ilkökulda öğretilen konular içinde öğrencilerin en çok zorlandığı kavramlardan birisidir (Alacaci, 2010; Behr, Wachsmuth & Post, 1985). Kesirlerde, doğal sayılardan farklı olarak iki sayının birbiri ile ilişkisi söz konusudur. Alacaci (2010)'a göre, öğrenciler doğal sayılarda öğrendikleri kuralları kesirlere genelledikleri zaman, kesirlerle ilgili kavram yanlışları oluşturabilmektedirler.

Kesirler konusunda karşılaşılan kavram yanlışlarından bazıları şunlardır: kesrin referans alınan bütüne göre belirleneceğinin farkında olmamak, kesirlerde eşit kısımlara ayırmamak, kesirdeki pay ve paydayı iki bağımsız sayı gibi düşünmek, kesirleri karşılaştırırken rakamları büyük olan kesrin büyük olacağını düşünmek,

bileşik kesirlerde birimi belirleyememek, kesirleri toplarken pay ile payı ve payda ile paydayı toplamak, kesir çarpımında sonucun çarpanlardan büyük olacağını düşünmek, kesir bölmesinde sonucun bölünenden küçük olacağını düşünmek (Alacaci, 2010; Stafylidou & Vosniadou, 2004). Bu kavram yanlışlarından ilk ikisi, kesrin referans alınan bütüne göre belirleneceğinin farkında olmamak ve kesirlerde eşit kısımlara ayırmamak, kesir kavramının temelini yapılandırıldığı birinci, ikinci ve üçüncü sınıfta anlamlı etkinlikler yapılarak önlenabilir.

Kesirlerle ilgili kavram yanlışlarının oluşmaması, en çok kesirlerin öğretim biçimine bağlıdır (Empson, 1999; Empson, 2003; Cramer, Behr, Post, & Lesh, 2009). Öğrencilerin kesirler konusunu anlamlı öğrenmesi sınıfta kullanılan materyallerden, kullanılan yöntem ve tekniklere kadar birçok faktöre bağlıdır. Örneğin, Cramer ve diğerleri (2009) öğrencilerin kesirler konusunu ilk öğrenirken yuvarlak kesir

takımlarının kullanılması gerektiğini önermektedirler. Daha sonra farklı modeller kullanılmalıdır, ancak her yeni model bir önceki modelle ilişkilendirilerek tanıştırılmalıdır. Kesirlerle ilgili soruların farklı stratejilerle çözülmesi, öğrencilerin konuyu daha derin, zengin ve kavramsal olarak öğrenmelerini teşvik edicidir. Örneğin, bir karenin farklı şekillerdeki çeyreklerinin bulunması ve karşılaştırılması öğrencilerin çeyrek kavramına daha geniş bir açıdan bakmasına yardımcı olabilir (Cramer ve diğerleri, 2009). Empson (1999), kesir konusunu öğretirken, öğretmenin sınıf içi fikir paylaşımına ve fikirlerini kanıtla savunmaya dayalı bir ortam oluşturmalarının, öğrenme fırsatlarını olumlu etkilediğini bulmuştur.

Bu makalede sunulan etkinlik öğrencilerin kesrin referans alınan bütüne göre belirlenmesi ve kesirlerde eşit kısımlara ayırma ile ilgili oluşabilecek kavram yanılgılarının engellenmesine yardımcı olması amacıyla tasarlanmıştır. Etkinlik sürecinde bütünün farklı parçaları arasında ilişki kurmak teşvik edilmiştir. Etkinlik, Teaching Children Mathematics dergisinin Problem Solvers bölümünde yayınlanan bir problemten uyarlanmıştır (Foster, 2011). Orijinal

problemin sunulduğu makalede sadece problem paylaşılmış, uygulamaya dair bir paylaşımda bulunulmamıştır. Bu makalede ise orijinal problem farklı kesir modelleri içerecek şekilde değiştirilmiş, problem gerçek sınıf ortamında uygulanmış ve bu uygulama sürecinin detayları paylaşılmıştır.

ETKİNLİĞİN TANIMI

Bu etkinlik ders araştırması (Lewis, 2002) kapsamında bir öğretim üyesi ve üç öğretmen tarafından hazırlanmıştır. Bu etkinliğin amacı ilkökul ikinci sınıf matematik programında yer alan “Bütün, yarım ve çeyrek arasındaki ilişkiyi açıklar” kazanımını temel alarak öğrencilere kesirler hakkında farklı bir bakış açısı kazandırmaktır. Bu etkinlik bütün, yarım ve çeyrek arasındaki ilişkileri çeşitli çikolata kesme gibi çalışmalar ile öğrenmiş öğrencilerin, bu kavramlar ve olası sayısal temsilleri arasındaki ilişkileri içselleştirerek keşfetmelerini hedeflemektedir. Öğrencilere bir bütünün kaç lira olduğu söylenerek, rutin ve rutin olmayan kesir durumları için bu parayı doğru olarak paylaşmalarını beklenmektedir. Güncellenen öğretim programlarında da (MEB, 2013) belirtildiği üzere problem

durumları çözüm yolu önceden bilinmeyen ve çözümü aşikar olmayan durumlar olarak kabul edilmektedir. Bu etkinlikte yer alan ve özellikle rutin olmayan durumları temsil eden pasta modelleri ile çalışmanın, öğrencilerin kesir konusunu kavramsal olarak öğrenmelerine yardımcı olacağı beklenmektedir.

ETKİNLİĞİN UYGULANMASI

Bu etkinlik bir devlet okulunun ikinci sınıfında uygulanmıştır. Etkinlik sırasında sınıfta 22 öğrenci bulunmakta idi. Derste kullanılan materyaller pasta modelleri (Ek 1’de verilmiştir) ve makastır. Etkinlik matematik dersi öğretim programında yer alan “Bütün, yarım ve çeyrek arasındaki ilişkiyi açıkla” şeklindeki 2. Sınıf kazanımına yönelik tasarlanmıştır. Öğrenciler bir önceki derste çikolata paylaşma etkinliği ile bütün-çeyrek-yarım arasındaki ilişkileri incelemişlerdir. Bu ders, görsel materyalleri katlayıp keserek ve sayısal ilişkilerden yararlanarak bütün-yarım-çeyrek arasındaki ilişkileri farklı bir açıdan incelemeleri hedeflenmiştir.

Öğretmen, derse ilerleyen günlerde doğum gününü kutlayacak olan bir öğrenciden bahsederek başladı. Bu doğum

günü partisi için bir pastaneye gittiğini, orada farklı şekillerde ve dilimlerde pasta modelleri bulunduğunu söyledi. Pastaların fiyatları da farklılık gösteriyordu. Bu derste her bir pasta için dilimlerin fiyatlarını bulacaklarını belirtti. Öğrenciler bu aşamada, ilgiyle bu konuda öğretmenlerine yardımcı olacaklarını söylediler.

Daha sonra sırasıyla her bir pasta için dilim fiyatları belirlendi. Her bir pasta modeli için kağıt pasta modelleri ve makaslar her iki öğrenciye bir model olacak şekilde dağıtıldı. Öğrencilere cevabı bulmaları için süre verildi. Bu aşamada öğretmen katlama veya kesme yaparak cevaplarını açıklamalarını hatırlattı. Düşünme süresi tamamlanınca öğrenciler tüm sınıfla cevaplarını paylaştılar. Bu şekilde her bir pastanın dilim fiyatları belirlendi. Aşağıda, her bir pasta modelinin dilim fiyatlarını belirleme süreçleri detaylandırılmaktadır.

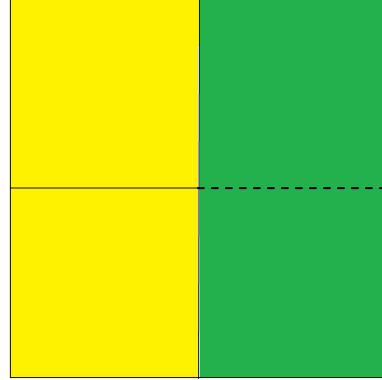
Öğretmen, etkinliğe giriş sorusu olarak Ek 1’de yer alan birinci pasta modelini projeksiyon ile tahtaya yansıttı. Bu pasta 20 TL ise kırmızı ve yeşil dilimlerin fiyatını sordu. Bir öğrenci tahtada kağıt pasta modelini katlayarak her bir dilimin birbirine eşit olduğunu gösterdi

ve dilimlerin 10'ar TL olduğunu söyledi.

Ek 1'de yer alan ikinci pasta modelinin dilim fiyatları için öğrenciler 3-3-6 veya 4-4-4 yanıtını verdiler. Her bir dilim için 4 TL yanıtını veren öğrencilerden bir kısmı yanıtlarını $4+4+4=12$ şeklinde savundular. Bu öğrenciler toplamda 3 parça olduğu için parçalar eşit olmadığı halde 12'yi 3 eşit miktara ayırdılar. Bu öğrencilerde, eşit kısımlara ayırmama kavram yanlışlığı olduğu söylenebilir. Bu aşamada, öğretmen “sen sarı dilimi mi yeşil dilimi mi yemek istersin?” şeklinde sorarak eşit paylaşım olmadığını düşünmeye teşvik ettiğinde ise bu öğrencilerden bazıları 1-1-10 yanıtını verdi. Burada, öğrencinin sarı dilimlerin eşit olduğunu fark ettiği ancak sarı dilim ile yeşil dilimi ilişkilendiremediği gözlemlenmektedir.

Sınıf tartışmasında iki sarı dilimin aynı fiyat olması gerektiği konusunda hem fikir olundu. 3-3-6 yanıtını veren öğrencilerden birisi, pastayı sarı kısım bir yarım olacak şekilde katlayarak, yeşil kısmın pastanın tam yarısı olduğunu ve bu yüzden 6TL olması gerektiğini açıkladı. Başka bir öğrenci, yeşil kısmın yarımı ifade ettiğini, sarı kısmın çeyreği ifade ettiğini ve

bu pastanın 2 çeyrek ve 1 yarımdan oluştuğunu belirtti. Öğretmen, projeksiyon ile tahtaya yansıtılan pasta modelini Şekil 1'deki gibi yeşil kısmı ikiye bölerek toplamda 4 çeyrek oluşturdu ve eşit paylaşım durumunda dilimlerin fiyatlarının eşit olacağı fikrini destekledi. Şekil 1'deki her bir çeyreğin üzerine 3 TL yazılarak, hem görsel olarak hem de sayısal ilişkileri kullanarak çeyrek kavramının kavramsal olarak öğrenilmesine destek verildi.



Şekil 1. Pasta Modeline Ek Çizim Yapılması

Üçüncü pasta modeli (20TL) aynı bütünün farklı görünümlü çeyrekleri olabileceği fikrinin tartışılması amacıyla sorulmuştu. Bu soruda öğrenciler her bir parçanın 5TL olduğunu kısa zaman içinde söylediler. Öğretmen “Neden şekiller farklı görüldüğü halde fiyatları aynı?” diye sorarak öğrencileri kanıt sunmaya

çağırdı. Burada bir çok grup iki sarı parçanın iki mavi parçaya eşit olduğunu katlayarak veya keserek gösterdi. Fotoğraf 1’de bir grubun kestiği parçalar görülebilir. Bu öğrenciler iki sarı parçayı iki mavi parçanın üzerine yerleştirerek eşitliklerini gösterdiler. Sınıf tartışmasında öğretmen her bir parçanın bütüne göre neyi ifade ettiğini sorguladı. Öğrenciler mavi ve sarı kısımların yarım olduğunu, teker teker mavi ve sarı parçaların ise yarımın yarısı yani çeyrek olduğunu söylediler.



Fotoğraf1. *Bir Grubun Üçüncü Pasta Modeli Üzerine Çalışması*

Ek-1’de yer alan dördüncü (12 TL) ve altıncı (40TL) pasta modelleri bütünün farklı şekillerden olabileceği fikrini pekiştirmek için kullanıldı. Bu sınıf kesirler konusunda çalışmaya daire modeli ile başlamış daha sonra farklı bütün modelleri ile tanıştırmıştı. Bu ders, kare, üçgen ve didörtgen şeklinde bütünlerle çalıştılar. İkinci pasta modeli ile benzer olan dördüncü modelde çoğu

grup önceki hatalarını tekrarlamadı ve parça fiyatlarını 6-3-3 lira olarak belirlediler. Altıncı pasta modeli için ise öğrenciler dilim fiyatlarının 10’ar lira olduğunu buldular.

Beşinci pasta modeli diğer modellere göre öğrencileri daha çok zorladı. Bütün pastanın fiyatı 16 TL olarak verildi. Burada bazı öğrenciler toplam fiyat 16 edecek şekilde $7+7+2$ gibi fiyatlar önerdi. Artık öğrenciler en en azından pembe kısımların, öğrencilerin değişimiyle çilekli kısımların, eşit fiyatlı olması gerektiğini fark etmişlerdi. Ancak, pembe ve sarı kısım arasında doğru bir ilişki kurmakta zorlandılar. Bir ikili, parça fiyatlarını 6-6-4 lira olarak önerdi ancak ‘nasıl kanıtlayacağımızı bilmiyoruz’ dediler. İkinci sınıf öğrencileri için fikirlerini kanıtlama ihtiyacı hissetmeleri dersin akışı adına önemli bir matematiksel normun sınıfta oluşturulduğunun delili sayılabilir. Ders şu şekilde tüm sınıf tartışması halinde devam etti (öğrenci isimleri gerçek isimler değildir):

Öğretmen: 6-6-4 diyorsunuz, ama bana neden bunlara 6, buna 4 dediğinizi belirtmeniz gerekiyor.

Osman: Öğretmenim bu (sarı kısmı göstererek) çeyrek, yani 4.

Öğretmen: Peki bu çeyrekse, bunlar (pembe kısımlar) ne acaba?

(cevap gelmiyor).

Öğretmen: Osman diyor ki bu çeyrek, 4 lira olmalı, tamam bu konuda anlaştık. Peki neden bunlar 6 lira?

Asiye: Çünkü o uzunlar bunun büyüğü olduğu için onlar biraz pahalı olmalı.

(sessizlik)

Öğretmen: Peki ipucu veriyorum. Pastayı katlayın bakalım neler göreceksiniz.

Öğrenciler pasta modelini 4'e katladılar. Birçoğu 4-4-4-4 şeklinde sayarak 4 çeyrek oluştuğunu belirtti. Böylelikle sarı kısmın pastanın çeyreği olduğu yani 4TL olması gerektiği, kalan pembe kısmın da 3 çeyrek olduğu yani 12 TL olması gerektiği bazı öğrenciler tarafından fark edildi. Bir pembe parçanın ise kalan kısmın yarısı olduğu için 6TL olması gerektiğine değinildi.

SONUÇ ve ÖNERİLER

Ders uygulamasından sonra dersin öğretmeni ile ders hakkında görüşme yapıldı. Bu görüşmede öğrencilerin

kesirlerle ilgili bilgileri değerlendirildi ve ileride neler yapılabileceği konuşuldu. Bu kısımda, ders üzerine yansımalar ve ilerisi için öneriler paylaşılmaktadır.

Matematik derslerini eğlenceli hale getirmenin bir yolu öğrencilere bir senaryo vererek çözülmesi gereken bir problemi çözmeleri için onları sürece dahil etmektir. Bu çalışmada da öğrenciler bir problemle karşı karşıya bırakılmış ve problemi çözmeleri istenmiştir. Süreç içerisinde bazı gruplar kazanımla ilgili önceki bilgilerini de kullanarak problemi çözmüşler, çözüm yollarını görsel modelleri katlayarak veya keserek açıklamışlar ve tüm sınıfla paylaşmışlardır. Bu tür paylaşımlar öğrencilerin anlamlı matematik öğrenmelerini desteklemektedir (Empson, 1999). Öğrencilere bütün-yarım-çeyrek arasındaki ilişkileri sayısal ilişkilerden ve görsel temsillerden yararlanarak inceleme fırsatı sunması, etkinliğin güçlü bir yönü olarak değerlendirilmiştir.

Süreç içerisinde, bazı gruplar ise bütünü verecek şekilde rastgele

sayılar üretmişlerdir. Örneğin 12 TL olan ikinci pastanın parçaları için 1-1-10 TL önerilmiştir. Bu öğrenciler eşit görünümlü kısımların fiyatlarını eşit tahmin etmelerine rağmen, bütünün farklı parçaları arasında ilişki kurmakta zorlanmışlardır. Öğrencilere farklı parçaların arasındaki ilişkiyi incelemelerine fırsat verecek sorular sorulmalıdır. Bu ders bu tür soruları içermektedir. Ders sonrasında öğretmen, öğrencilere fikirlerini kanıtlamaları için daha çok zaman vermesi gerektiğini, özellikle katlama eylemini tüm öğrencilere önermesi gerektiğini belirtmiştir. Bazı gruplar katlama veya kesme eylemiyle fikirlerini savunmuşlardır ancak bunu tüm öğrencilerin yapması konusunda zaman tanınmalıdır. Derste kullanılan model sayısı azaltılıp, öğrencilerin düşünmeleri ve açıklama geliştirmeleri için daha çok zaman tanınabilir. Böyle bir durumda, kalan pasta modelleri ödev olarak verilebilir.

Ek olarak, öğretmenler, öğrencilerin farklı çözüm stratejilerinin ortaya çıkmasını teşvik etmelidirler. Örneğin, üçüncü pasta modelinde hiç bir

grup bir sarı parçanın bir mavi parçaya eşit olduğunu göstermemiştir. Bu dersi uygulayacak öğretmenler, bu konuda öğrencilerin bir inceleme yapmasını isteyebilirler, örneğin keserek bu iki parçanın eşitliğini kanıtlamalarını öğrencilerden isteyebilirler. Son soruda da öğrencilere daha fazla zaman verilip, pembe kısımların hangi kesri ifade ettiği öğrenciler tarafından bulunabilir.

Bu ders geliştirilerek üçüncü sınıflarla da uygulanabilir. Böyle bir uygulamada sekizde bir kesri, problem çözme sürecinde kullanılabilir. Örneğin, beşinci pasta modelinde bir pembe kısmın sekizde üç olduğu tartışılabilir. Üçüncü sınıflarla yapılacak bir uygulamada kare modeli bu uygulamadan farklı olarak sekizde biri ortaya çıkaracak şekilde çizilebilir.

Genel olarak bu dersin kesirlerde eşit kısımlara ayırma, farklı bütünlerle çalışma ve bütünün parçaları arasındaki ilişkileri inceleme konularında öğrencilere fırsat sunduğu gözlenmiştir. Yapılan öneriler doğrultusunda ders

geliştirilebilir. İsteyen öğretmenler yazarlarla iletişime geçerek pasta modellerinin farklı formatta kaydedilmiş elektronik versiyonunu elde edebilirler.

KAYNAKLAR

- Alacacı, C. (2010). *Öğrencilerin kesirler konusundaki kavramyanılgıları*. In E. Bingölbalıve M.F. Özmantar (Eds). İlköğretimde karşılıklı an matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri, (pp. 63-94), Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Behr, M., Wachsmuth, I., & Post, T. (1985). Construct a Sum: A Measure of Children's Understanding of Fraction Size. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(2), 120-131.
- Cramer, K., Behr, M., Post T., Lesh, R., (2009). *Rational Number Project: Initial Fraction Ideas*. Originally published in 1997 as Rational Number Project: Fraction Lessons for the Middle Grades - Level 1, Kendall/Hunt Publishing Co., Dubuque Iowa.
- Empson, S. B. (1999). Equal Sharing and Shared Meaning: The Development of Fraction Concepts in a First-Grade Classroom. *Cognition and Instruction*, 17, 283-343.
- Empson, S. B. (2003) Low-Performing Students and Teaching Fractions for Understanding: An Interactional Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34, 305-343.
- Foster C. D. (Ed.). (2011). Problem solvers: Problem - The unusual baker. *Teaching Children Mathematics*, 18(5), 278-280.
- Lewis, C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Philadelphia, PA: Research for Better Schools, Inc.
- MEB. (2009). *Matematik Dersi (1-5. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ekim, 3, 2014 tarihinde <http://talimterbiy>

e.mebnet.net/Ogretim%20Programlari/ilkokul/2013-2014/Matematik1-5.pdf adresinden alınmiştir.

of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14, 503-518.

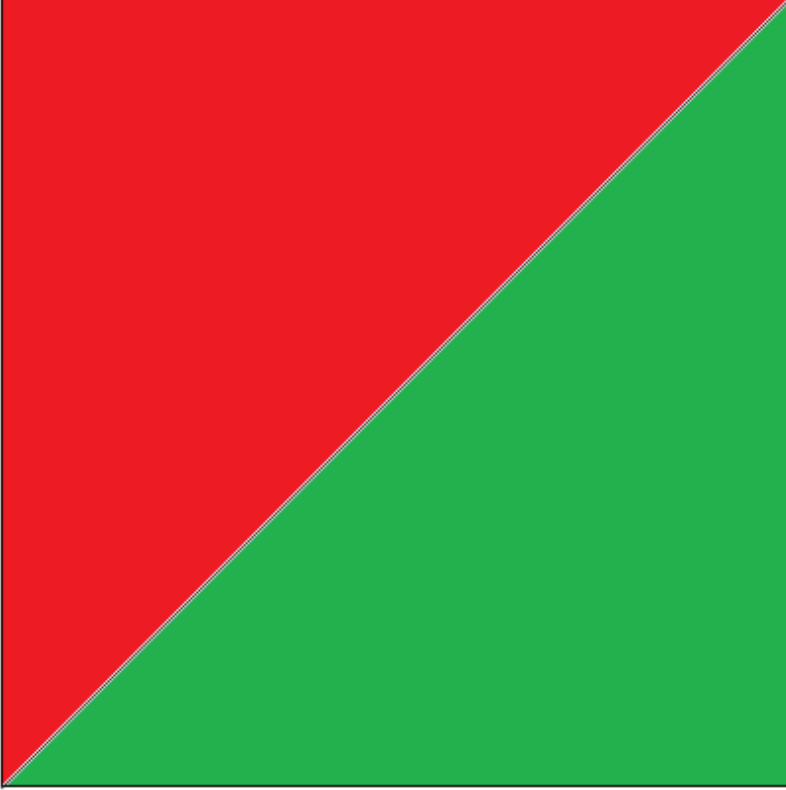
MEB.(2013).

Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8.Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara.

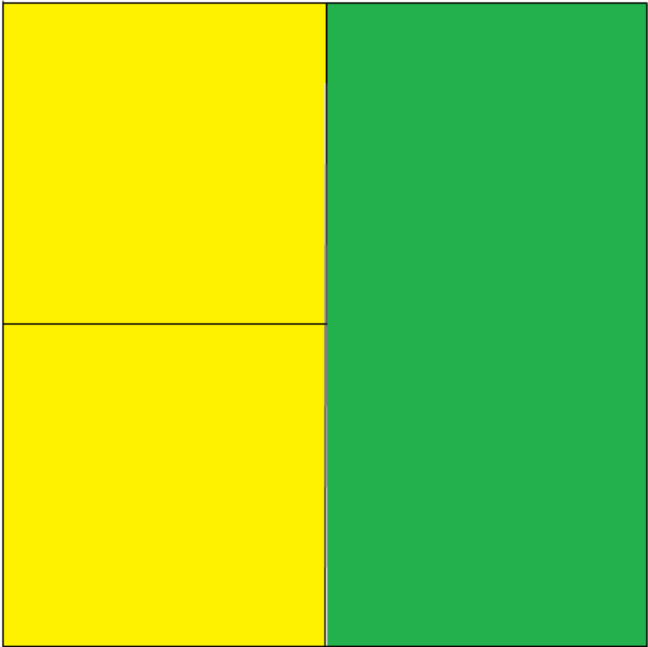
Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development

Ek 1
Pasta Modelleri

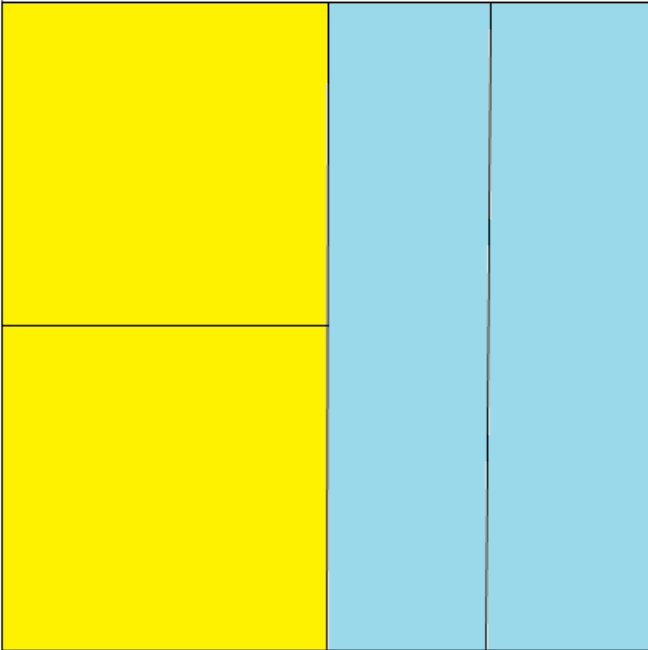
Model 1



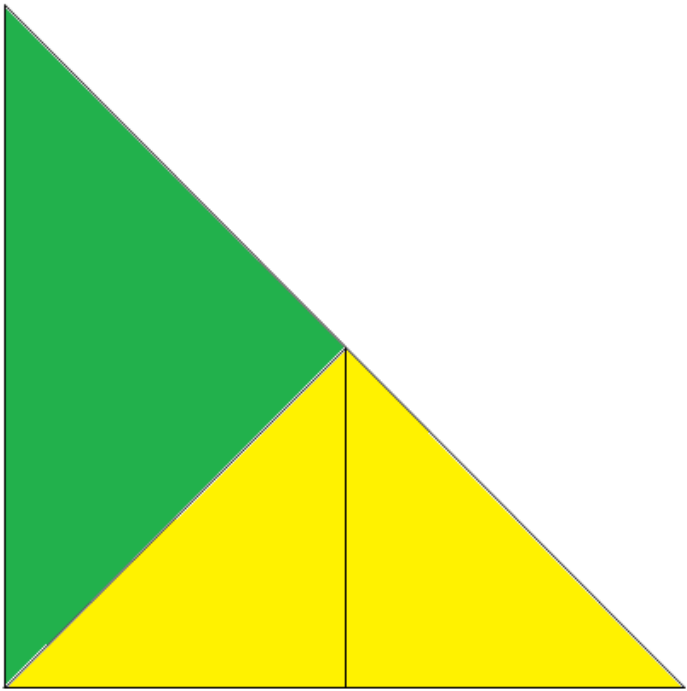
Model 2



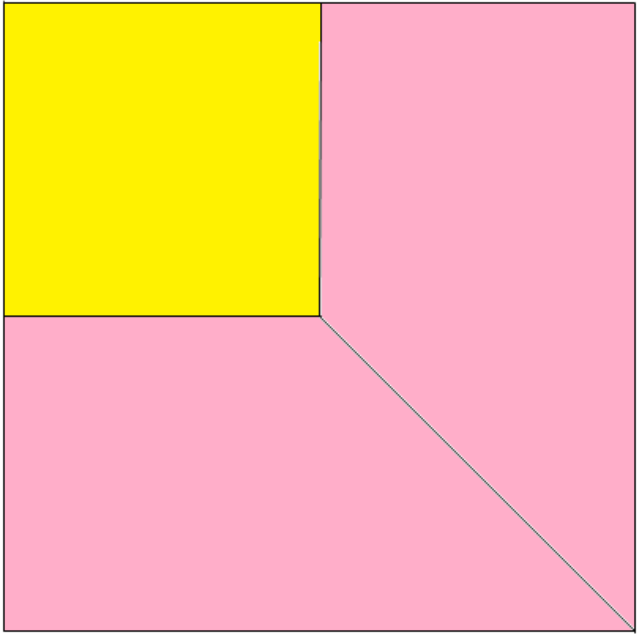
Model 3



Model 4



Model 5



Model 6

