

VARYASYON TEORİSİ'NE GÖRE TASARLANAN ÖĞRENME ORTAMINDAN YANSIMALAR: ÜÇGENLERİN EŞLİĞİ¹

Funda Aydın-Güç²

ÖZ

Bu makale, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirmeye yardımcı olabilmesi için Varyasyon Teorisi'den nasıl faydalanabileceklerine dair teorik bilgiler, örnek etkinlikler ve uygulama sürecinden yansımalar sunmaktadır. Bu kapsamda “üçgenlerin eşliği” öğrenme nesnesi olarak ele alınmıştır. Üçgenlerin eşliğine yönelik öğrencilerde farkındalık geliştirilebilmesi amacıyla kritik özellikler belirlenmiştir. Kritik özelliklere yönelik öğrencilerde farkındalık geliştirilebilmesi amacıyla Varyasyon Teorisi'ne uygun değişen ve değişmeyen örüntülerini içeren etkinlikler tasarlanmıştır. Etkinlikler 2020-2021 eğitim öğretim yılında, gönüllü bir matematik öğretmeni tarafından, araştırmacı rehberliğinde uzaktan eğitim ile uygulanmıştır. Çalışmaya Giresun'da bulunan bir ortaokulun 8. sınıfında öğrenim gören 7 gönüllü öğrenci katılmıştır. Sonuç olarak Varyasyon Teorisi'ne uygun tasarlanan etkinliklerin, öğrencilerde üçgenlerin eşliğine yönelik kritik özelliklere dair farkındalık geliştirmede etkili olduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Varyasyon Teorisi, öğrenme nesnesi, üçgenlerin eşliği.

REFLECTIONS FROM THE LEARNING ENVIRONMENT DESIGNED ACCORDING TO THE VARIATION THEORY: CONGRUENT TRIANGLES

ABSTRACT

This article presents theoretical knowledge, sample activities, and reflections from the implementation process on how teachers can benefit from the Variation Theory to help students enhance their mathematical comprehension. In this context, "congruence of triangles" was conceptualized as an object of learning. Critical aspects were determined in order to help students discern dimensions of variations of congruence of triangles. In order to develop awareness in students about the critical aspects, learning tasks including patterns of variance and invariance in accordance with the Variation Theory were designed. The activity was implemented in 2020-2021 academic year by a volunteer mathematics teacher under the guidance of the researcher in distance education. Seven volunteer 8th grade students enrolled in a secondary school in Giresun participated in the study. Data analysis revealed that the activity designed based on the Variation Theory was effective in helping students discern the critical aspects of the congruence of triangles.

Keywords: Variation Theory, object of learning, congruence of triangles.

Makale Hakkında:

Gönderim Tarihi: 07.02.2021

Kabul Tarihi: 08.04.2021

Elektronik Yayın Tarihi: 30.04.2021

¹ Etik kurul izni, Giresun Üniversitesi Etik Komisyonundan 6 Ocak 2021 tarih ve 50288587-050.01.04-E.748 sayılı numaralı belge ile alınmıştır.

² Dr. Öğretim Üyesi, Giresun Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, funda.guc@giresun.edu.tr / fundaydin05@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3922-017X>

GİRİŞ

Genel olarak öğrenme süreçleri, ele alınan kavramın öğrenciler tarafından yapılandırılması amacı göz önünde bulundurularak tasarlanmaktadır. Öğretmenler öncelikle öğrenciler tarafından öğrenilmesini istedikleri kavramları belirler. Bu kavramların öğrenilmesine ve ya keşfedilmesine yönelik etkinlikler geliştirerek öğrenme ortamlarını tasarlarlar. Öğrenme ortamları genelde ele alınan kavrama ve kavramın özelliklerine odaklanır. Öğretim programları da bu şekilde tasarlanmıştır. Türkiye’de okutulan matematik öğretim programı (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) incelendiğinde de bu görülebilir.

Örneğin alan kavramını ele alalım. Alan kavramı öğretilirken dikdörtgenler, üçgenler, paralelkenarlar ayrı birer konu olarak ele alınır. Öğrencilerden beşinci sınıfta dikdörtgenlerin alanını hesaplamayı öğrenmeleri beklenir. Altıncı sınıfta ise çeşitli üçgenlerde yükseklik çizme çalışmaları önerilir. Öğrencilerden, dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanarak üçgenin alan bağıntısını bulunmaları beklenir. Daha sonra paralelkenarın bir kenarına ait yüksekliklerinin çizilmesine ve dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanarak paralelkenarın alan bağıntısının bulunmasına yönelik çalışmalar yürütülür. Yükseklik kavramı öğrenilirken de çeşitli üçgenlerin veya paralelkenarların yüksekliklerinin belirlenmesine odaklanılır. İlgili taban için yükseklik olmayan doğru parçaları üzerinde pek konuşulmaz. Ders tasarımı ders kitaplarında da bu şekilde ilerler. Bu tür bir yaklaşım öğrencilerin özel durumlardan genele varmasını bekleyen tümevarımsal bir yaklaşımdır. Öğrenci özel bir çokgenin (örneğin üçgenin) yüksekliği ile çalışır ve yükseklik kavramını tüm çokgenlere genellemeye çalışır. Ancak tek bir özel durumla başlayıp genel olana gitmek oldukça zor bir süreçtir.

Marton’un Varyasyon Teorisi’nde ise tümevarımdan farklı olarak *karşıt durumların karşılaştırılması* (contrast) genellemeden önce gelir (Marton, 2014). Böylece öğrenme nesnesi ile ilgili öğrencilerin farkında olmasını istediğimiz *yönlere* (dimension of variation) yönelik farkındalık geliştirmek amaçlanmaktadır. Böylece öğrenciler, farkındalık geliştirilmesi beklenen kavrama ait *gerekli yönleri, isteğe bağlı yönlerden* ayırt

edebilirler (Johnson, 2020). Varyasyon Teorisi’ne göre kavramın anlamlı öğrenilmesi için kavrama ilişkin farkındalık geliştirilmesi gerekmektedir (Marton & Booth, 1997). İki farklı üçgen üzerinde çalışmak yükseklik kavramının farkına varılmasını sağlamaz (Türker, 2020). Sadece doğru yüksekliklerin incelenmesi de yüksekliğin ne olduğunu anlamamıza yetmez. Yani öğrenme aynılık deneyiminden ziyade farklılık deneyimine odaklanarak, öğrenme nesnelerinin kritik özelliklerinin ayırt edilmesi ile gerçekleşir (Marton & Pang, 2013; Pang vd., 2016). Bu ise bir öğrenme nesnesine ait kritik özelliklerin belirlenerek birinin sabit tutulup diğerinin değişiminin gözlenmesi ile sağlanır (Lo, 2012). Kritik özellikler *değişen* (variance) ve *değişmeyen* (invariance) kalıpları ile ele alınır. Marton ve Booth (1997), öğrencilerin bir öğrenme nesnesini anlamlandırabilmeleri için öğrenme ortamında belirli bir değişen ve değişmeyen örüntüsünün olması gerektiğini vurgulamaktadır. Değişim bilinçli ve sistematik şekilde ele alınmalıdır. Bu sayede öğrenme nesnesinin kritik özellikleri keşfedilebilir.

Öğretmenler değişen ve değişmeyen örüntüsüne yönelik süreçler tasarlarlarken dört ilkedен faydalanabilirler (Marton & Pang, 2006, s.199). (1) *Karşıt Durumların Karşılaştırılması* (Contrast): Bir kritik özellik ile ilgili zıt örneklerin deneyimlenmesi oldukça önemlidir. Bir öğrenme nesnesinin ne olduğunu bilmek kadar ne olmadığını da bilmek önemlidir. (2) *Kritik Özelliklerin Ayrımı* (Separation): Bir kritik özelliğin deneyimlenmesi, diğer özellikler sabit bırakılırken ilgili kritik özelliğin değiştirilmesi ile gerçekleşir. (3) *Kritik Özelliklerin Genellenmesi* (Generalization): Kritik özelliğin farklı ortamlarda/durumlarda deneyimlenmesi ve genellenmesi gerekir. (4) *Kritik Özelliklerin İlişkilendirilmesi* (Fusion): Deneyimlenen iki kritik özelliğin aynı anda değişmesi ve öğrenci tarafından deneyimlenmesi gerekir. Burada öğrenci kritik özellikleri ilişkilendirir.

Görüldüğü üzere bu dört ilke de öğrenme nesnesinin kritik yönlerine yönelik farkındalık geliştirmeyi amaçlamaktadır. Bir öğrenme nesnesine yönelik farkındalık kazandırmak için bu dört ilke aynı anda kullanılabileceği gibi, sadece biri de tek başına kullanılabilir (Lo, 2012).

Varyasyon Teorisi'ne yönelik öğrenme ortamlarının tasarlandığı kısıtlı sayıda çalışma vardır. Bu çalışmalar cebirsel ifadeler (Jing vd., 2017), kesirler (Pang & Ling, 2011), eğim (Pang, 2008), alan (Türker, 2020), grafiklerin çoklu gösterimleri (Johnson, 2020) gibi konularda varyasyon teorisinin öğrenme nesnesine yönelik farkındalık kazandırabileceğini vurgulamaktadır. Bu farkındalığın kazanılmasında belirlenen kritik özelliklerin sadece anlatılmasının yeterli olmadığı, öğrenci tarafından deneyimlenmesi gerektiği de belirtilmektedir (Marton & Tsui, 2004). Bu deneyimleri sağlayacak olanlar öğretmenlerdir. Ancak öğretmenler için öğrenme nesnelerinin kritik özelliklerini belirlemek o kadar da kolay değildir (Olteanu & Olteanu, 2010). Çünkü öğrettikleri öğrenme nesneleri öğretmenler için oldukça basittir. Öğretmenler öğrenme nesnesine öğrenci gözüyle bakamayabilir. Böylece kritik özellikleri fark edemeyebilirler. Bu bağlamda farklı öğrenci grupları ve farklı öğrenme nesneleri için kritik özelliklerinin ne olduğunun daha fazla araştırılması önemlidir. Ayrıca kritik özelliklerin öğrencilerle nasıl deneyimlendiğinin ortaya koyulması öğretmenlere örnek teşkil etmesi açısından oldukça önemlidir.

Bu çalışmada öğrenme nesnesi olarak üçgenlerin eşliği kavramı ele alınmıştır. Üçgenlerin sahip oldukları özelliklerin önemli bir kısmının ispatında eşlik ve benzerlik kavramlarından yararlanılır (Güven, 2016). Günlük hayatta ve birçok farklı disiplinde de eşlik kavramı önemli bir yere sahiptir. Örneğin Thales'in üçgenlerde açı-kenar-açı eşlik teoremi yardımıyla geminin karaya olan uzaklığını hesapladığı tahmin edilmektedir (Burton, 1985). Mühendislik tasarımlarında ağırlıktan kaynaklanan basıncın eşit şekilde taşıyıcılara dağıtılması için eş üçgenler şeklinde destek elemanları kullanılır (Güven, 2016). Escher (1898-1972) birçok çalışmada eş ve benzer şekillerin dönüşümlerini kullanmıştır. Bu çalışmalar Escher'e sanat dünyasında ün kazandırdığı kadar matematik dünyasında da adının duyurmasına imkân sağlamıştır.

Öğrencilerin benzer üçgenler konusuna ilişkin sorularda zorluk yaşadıkları bilinmektedir (Athanasopoulou, 2008; Biber, 2020; Gül, 2014; Parastuti vd., 2018). Her ne kadar eş üçgenleri anlamak, iki üçgenin benzerliğini

anlamaktan daha kolay gibi görünse de öğrencilerin üçgenlerin eşliği ile ilgili ne tür bilgilere sahip oldukları bilinmemektedir. Ayrıca üçgenlerin eşliği konusunda hangi özelliklerin öğrenciler için kritik özellik olduğunun ortaya koyulması, kavram farkındalığının geliştirilmesine yardımcı olabilmek için oldukça önemlidir. Bu bağlamda bu çalışmanın amacı üçgenlerin eşitliği kavramına yönelik Varyasyon Teorisi'ne göre etkinlikler tasarlamak ve kavrama yönelik kritik özelliklerin öğrenciler tarafından nasıl deneyimlendiğini ortaya koymaktır.

ETKİNLİĞİN HAZIRLANMASI

Öğrenme Nesnesin Belirlenmesi

Varyasyon Teorisi'ne göre ilk önce öğrenme nesnensinin belirlenmesi gerekmektedir. Öğrenme nesnesi öğrencilere kazandırmak istediğimiz kavram veya beceriyi ifade eder. Bu çalışmada öğrenme nesnesi olarak “*üçgenlerin eşliği*” kavramı seçilmiştir. MEB (2018) tarafından yayımlanan matematik dersi öğretim programında “eşlik ve benzerlik” sekizinci sınıflar kapsamında bir alt öğrenme alanı olarak ele alınmaktadır. Bu kapsamda öğrencilerin kazanması beklenen davranışlar şu şekildedir: “Eşlik ve benzerliği ilişkilendirir, eş ve benzer şekillerin kenar ve açı ilişkilerini belirler”. Bu kazanıma yönelik dikkat edilmesi hususlar da şu şekilde açıklanmaktadır: a) Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirlemeye yönelik etkinliklere yer verilir. b) Eş çokgenlerde karşılıklı kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin eşit, benzer çokgenlerde ise karşılık gelen açı ölçülerinin eşit fakat kenar uzunluklarının orantılı olduğu vurgulanır. Eş çokgenlerin benzer olduğu ancak benzer çokgenlerin eş olmalarının gerekmediği vurgulanır. Kenar-Kenar-Kenar, Açı-Kenar-Açı gibi üçgenlerde eşlik ve benzerlik kuralları özel olarak verilmez (MEB, 2018).

Görüldüğü üzere öğretim programı da eş olan ve olmayan şekillerin karşılaştırılmasını önermektedir. Bu durum seçilen öğrenme nesnensinin Varyasyon Teorisi'ne uygun olduğuna işaret etmektedir.

Kritik Özelliklerin Belirlenmesi

Kritik özellikler bir kavramın öğrenilmesindeki anahtar özelliklerdir. Aynı büyüklük ve şekle

sahip çokgenlere eş çokgenler denilmektedir. Dolayısıyla iki eş çokgenin karşılıklı açıları ve kenarları eşittir. Bu bağlamda da karşılıklı olarak üç kenarı ve üç açısı eşit olan üçgenlere eş üçgenler denilmektedir. İki üçgenin eş olabilmesi için gereken asgari koşullar ise Kenar-Açı-Kenar (KAK) eşlik aksiyomu, Kenar-Kenar-Kenar (KKK) eşlik teoremi, Açı-Kenar-Açı (AKA) eşlik teoremlerinin sağlanmasıdır. Bu tanımlamalar dikkate alındığında üçgenlerin eşliği ile ilgili kritik özellikler şu şekilde sıralanabilir:

- 1.Yön
- 2.Karşılıklı kenarların eşliği
- 3.Karşılıklı açılarının eşliği

Öğrencilerin Önbilgilerinin Belirlenmesi

Öğrenciler bir öğrenme nesnesi ile karşılaştıklarında deneyimleriyle uyumlu olan özelliklere daha fazla odaklanırlar. Bu bağlamda öğrencilerin öğrenme nesnesine yönelik ön bilgileri ve bakış açıları belirlenip öğrenme etkinlikleri bu doğrultuda geliştirilmez (Marton & Both, 1997). Öğrencilerin bir kavrama yönelik bakış açıları ilgili literatürün incelenmesi, test uygulaması, öğretim programının incelenmesi, öğretmenlerin deneyimleri ile belirlenebilir (Lo, 2012). Bu çalışma kapsamında öğrencilerin ön bilgilerinin belirlenebilmesi için ilgili literatür ve öğretim programı incelenerek hazırlanan test kullanmıştır. Test, *üçgenlerin eşliği* kavramına yönelik belirlenen kritik özellikler dikkate alınarak tasarlanmıştır. Test öğrencilerin bakış açılarını ortaya koyacak üç sorudan oluşmaktadır.

İlk soru *yön*, ikinci soru *karşılıklı açılarının eşliği*, üçüncü soru *karşılıklı kenarların eşliği* kritik özelliklerine yönelik öğrencilerin ön bilgilerini belirlemeye yöneliktir. Test Ek 1’de verilmiştir. Çalışma 2020-2021 eğitim öğretim yılının güz döneminde yürütülmüştür. COVID-19 pandemisi nedeniyle eğitim uzaktan devam ettiği için, çalışma katılımcıları uzaktan eğitime düzenli katılan sekizinci sınıfta öğrenim gören yedi öğrenci ile sınırlı tutulmuştur. Test öğrencilere çevrimiçi olarak yollanmış ve öğrenciler cevaplarını çevrimiçi olarak yollamıştır. Anlaşılmayan öğrenci cevapları için öğrencilerle çevrimiçi olarak görüşülmüş ve ön bilgileri belirlenmiştir. Testte yer alan sorulardaki öğrenci başarıları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Uygulama Öncesinde Öğrencilerin Kritik Özelliklere Yönelik Farkındalıkları

Soru	Doğru	%	Yanlış	%
1	5	%71	2	%29
2	4	%57	3	%43
3	4	%57	3	%43

Çalışmaya katılan öğrenciler “üçgenlerin eşliği” konusunda formal bir deneyime sahip değillerdir. Bunun yanında günlük hayatta *eş* kavramı sıklıkla kullanıldığından belirli bir anlayışa sahip olmaları beklenen bir durumdur. Tablo 1 kritik özelliklere yönelik toplam farkındalık sayısını vermektedir. Ancak elde edilen sonuçlar öğrencilerin yarıdan fazlasının tüm kritik özelliklere yönelik farkındalığa sahip olduğu anlamına gelmemektedir. Tüm kritik özelliklere sahip olan tek bir öğrenci mevcuttur. Diğer öğrenciler bir veya iki kritik özelliğe yönelik farkındalık sahibi iken diğer özellik(ler) yönelik farkındalık sahibi değildir.

Tablo 1 incelendiğinde, üçgenlerin eşliği ile ilgili kritik özelliklere yönelik farkındalıkları eksik olan öğrencilerin sayısının dikkate değer olduğu görülmektedir. *Yönün* üçgenlerin eşliğine etkisine yönelik farkındalığa sahip olmayan iki öğrenci olduğu görülmektedir. *Karşılıklı açılarının eşliği* ve *karşılıklı kenarların eşliği* kritik özelliklerine yönelik ise farkındalık sahibi olmayan üçer öğrenci olduğu görülmektedir. Bu sonuç öğrencilerinin neredeyse yarısının bu kritik özelliklere yönelik farkındalık sahibi olmadığını göstermektedir.

Etkinliklerin Tasarlanması

Varyasyon Teorisi’ne göre öğrencilerin kritik özellikleri fark etmeleri için, farkında olunması beklenen kritik özellik değiştirilirken diğer kritik özellikler sabit tutulur. Bu bağlamda üç kritik özelliğe (*yön*, *karşılıklı açılarının eşliği*, *karşılıklı kenarların eşliği*) yönelik farkındalık geliştirmek için üç etkinlik tasarlanmıştır. Bu etkinliklerin amacına ulaşabilmesi için öğrencilerin üç kenarı bilinen bir üçgeni, iki kenarı ve bir açısı bilinen bir üçgeni, iki açısı ve bir kenarı bilinen bir üçgeni inşa etmeyi biliyor olmaları gerekmektedir. Çalışmaya katılan tüm öğrenciler bahsi geçen üçgenleri inşa etmeye yönelik deneyime sahiptir.

Etkinlik 1

Öğrenilecek Bilgi: Bir üçgen herhangi bir konumda olabilir. Yine aynı üçgen olarak kalır. (Kenar-Kenar-Kenar eşlik teoremi)

- Üçgenin *yönü* öğrenciler tarafından üçgenlerin eşliği için fark yaratan bir yön olarak düşünülebilir. Öğrenciler bu yönü tanımlayıcı ve gerekli bir özellik olarak kabul edebilir.
- *Yön* gerekli veya tanımlayıcı bir yön değildir. Gerekli yönlerden ayrılması gereken kritik bir yöndür.
- Bu etkinlikte odaklanılan özellik değişmez, açı ve kenar eşlik için odaklanılan özelliktir. Odaklanılmayan özellik değişir, *yön* odaklanılmayan özelliktir.

<u>değişen</u>	<u>değişmeyen</u>
üçgenin yönü	açı kenar

- Bu süreç tümevarıma benzer gibi görünebilir. Ancak burada öğrenci yeni bir anlam keşfetmez (üçgenin ne olduğunu keşfetmez). Bunun yerine sınırlı bir anlamı genellemesi beklenir (herhangi bir yöndeki üçgen). Bu tür anlam değişikliğine de genelleme denir.

Yönerge: Kenarları 3 cm, 6 cm ve 8 cm olan bir üçgen inşa ediniz.

İlke: Bu etkinlikte Varyasyon Teorisi ilkelerinden *genelleme* ilkesi işe koşulmuştur. Varyasyon Teorisi'nde *karşıt durumların karşılaştırılması* genellemeden önce gelir. Ancak buradaki genelleme gerekli ve tanımlayıcı bir yön için değildir. Burada öğrenci zihninde eşlik boyutu ile ilgili bir varyasyon boyutunun açılması amaçlanmaktadır.

Etkinlik 2

Öğrenilecek Bilgi: Üçgenlerin eş olabilmesi için iki açı ve bu açılar arasındaki kenarın eşit olması gerekir. (Açı

-Kenar-Açı eşlik teoremi)

- Üçgenlerin eşliği için kenar ve açı odaklanılan özelliklerdir.
- Karşılıklı açılar ve kenarların eşliği gerekli veya tanımlayıcı bir yöndür.
- Bu etkinlikte odaklanılan özelliklerden iki açı (dolayısıyla üçüncü açı da eşittir) ve odaklanılmayan özellik olan yön

değişmezdir. Odaklanılan özelliklerden kenar *değişendir*.

<u>değişen</u>	<u>değişmeyen</u>
kenar	yön üç açı

Yönerge: Bir açısı 30°, diğer açısı 60° olan bir üçgen inşa ediniz.

İlke: Bu etkinlikte Varyasyon Teorisi ilkelerinden *karşıt durumların karşılaştırılması* ve *kritik özelliklerin ayrımı* ilkeleri işe koşulmuştur. Yeni anlamlar özelliklerin ve yönlerin aynı anda ayırt edilmesi yoluyla öğrenilir. Öğrencinin farkındalığına karşılık gelen varyasyon boyutu zaten açılmışsa ancak o zaman yeni anlamlar edinilebilir. Bir önceki etkinlikte öğrencilerin farkında olmasını istediğimiz eşlik boyutu olan *yön* açıldı. Burada farkında olunması gereken diğer özellikler mevcuttur (açılar eş olsa da kenarlar eş olmayabilir). Bu etkinlikte bir kritik özellik değişmez iken, diğer kritik özellik değişir. Dolayısıyla değişen kritik özelliğe yönelik farkındalık sağlanmaya çalışılır. *Karşıt durumların karşılaştırılması* sürecinde odaklanılan özelliğin ne olduğunun bilinmesi kadar ne olmadığının bilinmesi de önemlidir. Bu etkinlik eş olan üçgenler kadar eş olmayan üçgenlere odaklanmaya imkân sağlanmaktadır. Öğrenci örnek olanla olmayanı bir arada inceleyerek kritik özellikleri ayırt edebilecektir. Dolayısıyla bu etkinlikte *karşıt durumların karşılaştırılması* ve *kritik özelliklerin ayrımı* ilkeleri işe koşulmuştur denilebilir.

Etkinlik 3

Öğrenilecek Bilgi: Üçgenlerin eş olabilmesi için iki kenar ve bu kenarlar arasındaki açının eşit olması gerekir. (Kenar-Açı-Kenar eşlik teoremi)

- Üçgenlerin eşliği için kenar ve açı odaklanılan özelliklerdir.
- Karşılıklı açılar ve kenarların eşliği gerekli veya tanımlayıcı bir yöndür.
- Bu etkinlikte odaklanılan özelliklerden iki kenar uzunluğu ve odaklanılmayan özellik olan yön *değişmezdir*. Odaklanılan özelliklerden açı ve bir kenar uzunluğu *değişendir*.

<u>değişen</u>	<u>değişmeyen</u>
açı bir kenar	yön iki kenar

Yönerge: Bir kenarı 3 cm, diğer kenarı 7 cm olan bir üçgen inşa ediniz.

İlke: Bu etkinlikte Varyasyon Teorisi ilkelerinden *karşıt durumların karşılaştırılması* ve *kritik özelliklerin ilişkilendirilmesi* ilkeleri işe koşulmuştur. İlk etkinlikte öğrencilerin farkında olmasını istediğimiz eşlik boyutu olan yön açıldı. İkinci etkinlikte kritik özelliklerden “kenar” a yönelik farkındalık oluşturuldu. Bu etkinlikte kritik özellikler olan “kenar” ve “açı” aynı anda değişir ve değişimin eşliğe etkisi deneyimlenir. Dolayısıyla bu etkinlikte *kritik özelliklerin ilişkilendirilmesi* ve *karşıt durumların karşılaştırılması* ilkeleri işe koşulmuştur denilebilir.

Gerekli Materyaller

Tüm etkinlikler üçgen inşaasına yönelik olduğundan kalem, kağıt, cetvel ve açı ölçere ihtiyaç duyulmaktadır. Bazı etkinliklerde pergel de kullanılabilir.

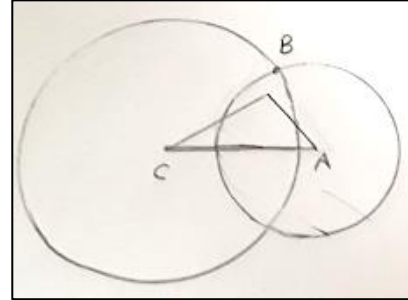
ETKİNLİKLERİN UYGULANMASI

Etkinlikler 2020-2021 eğitim öğretim yılı güz döneminde, gönüllü bir matematik öğretmeni tarafından, araştırmacı rehberliğinde uygulanmıştır. Çalışma için gerekli etik kurul izni Giresun Üniversitesi Etik Kurulundan alınmıştır (belge no: 50288587-050.01.04-E.748, tarih: 06.01.2021). Her etkinlik öncesi araştırmacı ile uygulayıcı öğretmen çevrimiçi olarak toplantı yapmıştır. Araştırmacı ilgili etkinliği ve amacını uygulayıcı öğretmene tanıtmıştır. Uygulama sürecinde dikkat edilmesi gereken hususları belirtmiştir. Uygulama sürecinde eğitim uzaktan yürütüldüğünden etkinlikler de uzaktan eğitimde uygulanabilecek şekilde tasarlanmıştır. Tüm etkinlikler çevrimiçi bir uygulama ile yürütülmüştür. Araştırmacı tüm uygulamalara katılmış ve öğretmen ile sürekli iletişimde olmuştur. Süreçte bir aksaklık tespit ettiğinde öğretmen ile anında iletişime geçmiştir. Öğretmen de sormak istediği tüm soruları uygulama devam ederken araştırmacıya sorma fırsatı bulmuştur. Araştırma ders dışı saatlerde yürütülmüştür. Çalışmaya Giresun ilinde bulunan bir ortaokulun sekizinci sınıfında öğrenim gören yedi gönüllü öğrenci katılmıştır. Katılımcı öğrencilerin velilerinden gerekli izinler alınmıştır. Kimlik gizliliğinin korunması için öğrencilere takma isim verilmiştir.

Etkinlik 1’e Ait Uygulama Süreci

Çevrimiçi bir uygulamada başlatılan toplantı ile öğrencilerle bir araya gelinmiştir. Öğrencilere bu derste çeşitli üçgenler inşa edecekleri belirtilmiştir. Ardından Etkinlik 1 kapsamındaki “Kenar uzunlukları 3 cm, 6 cm ve 8 cm olan bir üçgen inşa ediniz.” yönergesi yöneltmiştir. Öğrencilerden bireysel olarak istenilen üçgeni inşa etmeleri istenmiştir. Bu yönergeye göre üçgen inşa etmeye çalışan bazı öğrenciler hangi kenardan başlamaları gerektiğini sormuşlardır. Bu etkinliğin amacı *yöne* ilişkin farkındalık sağlamak olduğundan tüm öğrenciler tarafından tek bir kenarın taban olarak seçilmesi istenmeyen bir durumdur. Bu nedenle öğretmen öğrencilere istedikleri kenardan başlayabileceklerini söylemiştir.

Öğrenciler çizimleri 3 ila 10 dakikada tamamlanmış ve çizimlerinin fotoğrafını öğretmene göndermiştir. Öğretmen çizimleri incelemiş ve eksik veya yanlış olan çizimler ile ilgili dönüt vermiştir. Örnek olarak Fuat’ın yapmış olduğu ilk çizim Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil 1. Fuat’ın Hatalı Çizimi

Görüldüğü gibi Fuat’ın ilk çiziminde oluşturduğu üçgenin ilgili köşesi, çemberlerin kesişim noktasında değildir. Bu verilen ölçülere uygun olmayan bir üçgen çizildiğini göstermektedir. Araştırmacının yönlendirmesi ile öğretmen ile öğrenci arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Öğretmen: Fuat, üçgeni inşa ederken neden çember çizdin?

Fuat: İstenilen uzunlukta kenar belirleyebilmek için.

Öğretmen: İstenilen uzunluklar ile çember arasında nasıl bir bağlantı var?

Fuat: İstenilen uzunluk çemberin yarıçapıdır.

Öğretmen: Çemberlerin kesişim noktası bize neyi ifade ediyor?

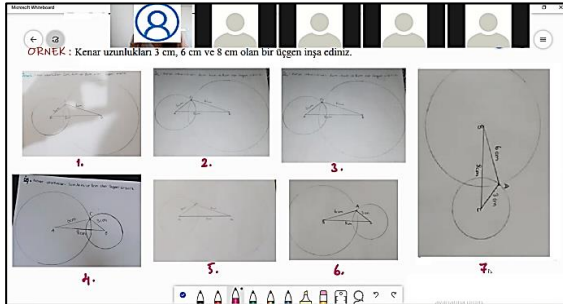
Fuat: Üçgenin bir köşesini.

Öğretmen: Peki senin çizdiğin üçgenin bir köşesinin çemberlerin kesişimi dışında kalmasının sebebi nedir?

Fuat: Yanlış çizmişim öğretmenim.

Bu sorgulama ile Fuat çizimindeki hatayı anlayıp düzeltmiştir. Düzeltme sonrası yeni çizimine ait fotoğrafı öğretmene yollamıştır. Bazı öğrenciler köşeleri harflendirmemiş ve bazı öğrenciler kenar uzunluklarını yazmamışlardır. Öğretmen bu öğrencileri de uyararak tüm bilgilerin yazılı olmasını sağlamıştır. Bu özellikle dikkat edilmesi gereken bir durumdur. Çünkü ancak bu özellikler sağlandığında öğrenciler farklı çizimleri karşılaştırma fırsatı bulabilirler.

Tüm çizimler tamamlandığında, öğretmen çizimleri ekrana sığacak şekilde bir araya getirmiş ve numaralandırmıştır. Öğrencilerin göreceği şekilde ekrana yansıtılmıştır. Burada dikkat edilmesi gereken üçgenlerin aynı yönde olmayacak şekilde yerleştirilmesidir. Çünkü bu etkinlikte *yön*, *değişendir*. Öğretmenin yansıttığı ekranın görüntüsü Fotoğraf 1’de verilmiştir.



Fotoğraf 1. Birinci Etkinlikteki Tüm Çizimler

Çizimler incelendiğinde öğrencilerin tamamının büyük olan ölçüye sahip kenarı taban olarak ele aldıkları görülmektedir. Bunun sebebi öğrencilerin hep tipik örneklerle karşılaşması ve bazı şekilleri tipikleştirmeleri (Clements & Sarama, 2000) olabilir. Bu durum aslında istenmeyen bir durumdur. Ancak diğer kenarlara ait seçimler çeşitlilik göstermektedir. Bu *yön* kavramına yönelik farkındalık geliştirmeye imkân sağlamaktadır. Çizimler yansıtıldıktan sonra yürütülen tartışma süreci şu şekildedir:

Öğretmen: Hepiniz verdiğim ölçülere uygun olarak birer üçgen çizdiniz. Çizmiş olduğunuz üçgenleri incelediğimizde bu üçgenlerin eşliği hakkında neler söyleyebilirsiniz?

Buse: Öğretmenim bana göre ölçü bakımından hepsi eş ama görünüş bakımından 2 ve 3 birbirine benziyorlar.

Öğretmen: Başka fikri olan var mı?

Ali: Öğretmenim biri sağ tarafa bakıyor biri sol tarafa bakıyor.

Öğretmen: Bu ne anlama gelebilir?

Ali: Farklı üçgenler çünkü.

Buse: Farklı yönde çizilmişler ama ölçüleri aynı.

Ali: Nasıl aynı olsun ki biri o tarafa bakıyor biri bu tarafa bakıyor.

Diyalogdan görüldüğü üzere Buse *yön*lerin farklı olmasının eşliği etkilemediğinin farkındadır. Ali ise *yön*ün farklı olmasının üçgenlerin eşliğini etkilediğini düşünmektedir. Bu etkinlikte amaç *yön* kavramına yönelik farkındalık geliştirmektir. Bu tartışma, *yön* kavramına yönelik boyutun açılmaya başladığını göstermektedir. Tüm öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra yürütülen tartışma aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Ben bu üçgenleri kessem ve size versem, bu üçgenleri üst üste koymanızı istesem, neler olur sizce?

Seda: Bir tarafı kısa olan var bir tarafı uzun olan var. Aslında hepsi aynı ölçüde çizilmiş olabilir, 6 cm ve 3 cm olarak, ama biri uzun gelir biri kısa gelir üst üste koyulduğu zaman.

Buse: Nasıl farklı olsunlar? Aynı yöne döndürdüğümüzde üst üste tek bir üçgen olur.

Öğretmen: Üçgenlerin yönlerini istediğimiz gibi değiştirebilir miyiz?

Buse: Tabi ki. Elimizde kesilmiş bir üçgen olsa istediğimiz kadar yönünü çevirelim, yine aynı üçgendir.

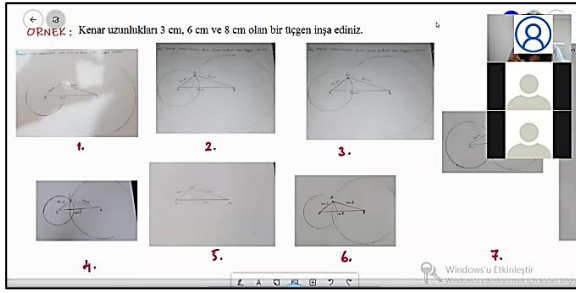
Murat: Hem uzunlukları aynı hem de çevirip üst üste koyabiliriz. Bence de tek bir üçgen olarak görünür.

Öğretmen: Seda arkadaşlarının düşünceleri hakkında ne düşünüyorsun?

Seda: Ben kararımın arkasındayım.

Bu şekilde yürütülen tartışma ile *yön* kavramına yönelik farkındalıklar geliştirilmeye çalışılmıştır. Tartışmada açılan boyuta yönelik somut gözlemleri sağlayabilmek için öğretmen tüm üçgenleri aynı yöne çevirerek tekrar yansıtır (Fotoğraf 2).

Üçgenlerin eş olup olmadığı tekrar tartışılmıştır. Ardından öğretmen tüm üçgenleri sürükleyerek birbirinin üzerine koymuştur. Oluşan görüntü Fotoğraf 3’te verilmiştir.



Fotoğraf 2. Üçgenlerin Aynı Yöne Çevrilmiş Haline Yönelik Ekran Görüntüsü



Fotoğraf 3. Üst Üste Koyulmuş Üçgenler

Elde edilen görüntü tekrar tartışılmıştır. Öğrencilerden genel bir kurala ulaşmaları beklenmiştir. Sonuç olarak tüm öğrenciler üçgenlerin yönünün değiştirilmesinin üçgeni değiştirmeyeceğini ve karşılıklı kenarları eşit olan üçgenlerin eş üçgenler olduğu sonucuna ulaşmıştır. Tartışma süreci yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Toplam etkinlik is yaklaşık 40 dakika sürmüştür.

Etkinlik 2'ye Ait Uygulama Süreci

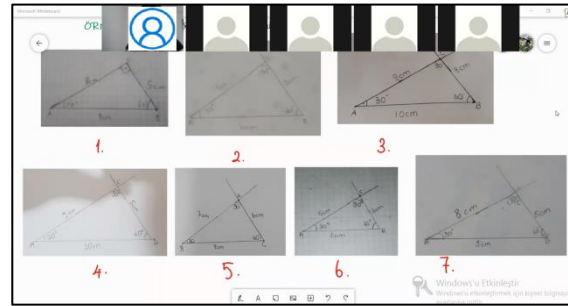
Çevrimiçi bir uygulamada başlatılan toplantı ile öğrencilerle bir araya gelinmiştir. Öğrencilere Etkinlik 2 kapsamındaki “Bir açısı 30° , diğer açısı 60° olan bir üçgen inşa ediniz.” yönergesi yöneltilmiştir. Öğrencilerden bireysel olarak istenilen üçgeni inşa etmeleri istenmiştir. Bazı öğrenciler başlangıç kenarını kendilerinin belirleyip belirleyemeyeceğini sormuştur. Öğretmen sadece açılar konusunda sınırlama olduğunu ifade etmiştir. Üçgenin kenar, köşe ve açı bilgilerinin de yazılması gerektiğini hatırlatmıştır. Çizim süreçleri kameralar ile gözlemlenmiştir. Çizim sürecine yönelik Ali'nin çalışmasına ilişkin ekran görüntüsü Fotoğraf 4'te verilmiştir.

Çizimler yaklaşık 5 ila 12 dakikada tamamlanmıştır. Tüm öğrenciler çizimlerini tamamladığında çizimlerinin fotoğrafını öğretmene göndermiştir. İlk etkinlikte olduğu

gibi öğrencilere eksik veya yanlış olan çizimleriyle ilgili dönütler verilmiştir. Öğretmen, çizimleri ekrana sığacak şekilde bir araya getirmiş ve numaralandırmıştır. Öğrencilerin göreceği şekilde ekrana yansıtmıştır. Burada dikkat edilmesi gereken üçgenlerin verilen açılara göre aynı yönde olacak şekilde yerleştirilmesidir. Çünkü bu etkinlikte yön değişmeyendir. Öğretmenin yansıttığı ekranın görüntüsü Fotoğraf 5'te verilmiştir.



Fotoğraf 4. Ali'nin Çizim Sürecine Ait Görüntü



Fotoğraf 5. İkinci Etkinlikteki Tüm Çizimler

Çizimler incelendiğinde farklı ve eş üçgenlerin olduğu görülmektedir. Bu durum karşılıklı kenar ve karşılıklı açılarının eşliğine yönelik farkındalık geliştirmede önemlidir. Çizilen tüm üçgenlerin yönleri aynıdır. Buna açıölçerin kullanım yönü sebep olmuştur. Bu etkinlikte yön, değişmeyen olarak ele alındığından bu durum sorun teşkil etmemektedir. Çizimler yansıtıldıktan sonra yürütülen tartışma süreci şu şekildedir:

Öğretmen: Geçen derste eş üçgenlerden konuşmuştuk. Sizce burada hangi üçgenler eş olabilir?

Buse: Bence 3 ve 7 öğretmenim.

Öğretmen: Neden sence?

Buse: Çünkü uzunlukları eşit.

Öğretmen: Bir de 4'ü inceler misin?

Buse: 4 bence eşit değil 3 ve 7'ye. Çizimi aynı değil.

Öğretmen: Geçen derste odaklandığımız özelliklere odaklanırsan ne söylebilirsin?

Buse: Açıları aynı, uzunlukları da aynı. (ölçüleri inceliyor). Yok, uzunlukları aynı değil. Ama bilemedim.

Öğretmen: Başka fikri olan var mı?

Ali: Bazılarının kenar uzunlukları aynı olmadığı için eş değil, bazılarının aynı olduğu için eştir.

Öğretmen: Peki hangileri sence eştir?

Ali: 3 ve 4.

Öğretmen: Hangi özellikler eş olduğunu düşündürüyor sana?

Ali: Açılar aynı pozisyonda, uzunlukları da aynı.

Öğretmen: Başka hangi üçgenler eş olabilir?

Bu şekilde yürütülen tartışma ile öğrenciler eş olduklarını düşündükleri üçgenleri, gerekçelerini ifade etmiştir. Ardından yürütülen tartışma aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Ben sizden bir üçgen çizmenizi istedim. Bazılarınız aynı bazılarınız farklı üçgenler çizdi. Bunun sebebi ne olabilir?

Murat: Öğretmenim ben aslında bir şey fark ettim. Eğer taban uzunlukları aynı olsaydı diğer uzunluklar da hepsinde aynı olacaktı. Çünkü açı hepsinde aynı, açılar arasındaki uzunluk değişmedikçe diğer uzunluklar da değişmeyecekti. 10 cm, 9 cm, 6 cm olan var. O yüzden diğer uzunluklar değişiyor.

Seda: Peki öğretmenim iki kenarı eş ama açısı farklı olsaydı ne olurdu?

Öğretmen: Güzel bir soru. Bunu bir sonraki etkinlikte inceleyeceğiz.

Burada öğretmen süreci, *değişen* özelliklerin eşliği nasıl etkilendiğine yönelik farkındalık kazandırmaya odaklanacak şekilde yönetmeye dikkat etmektedir. Sınıf tartışması ile öğrenciler “üçgenlerin eş olabilmesi için iki açı ve bu açılar arasındaki kenarın eşit olması gerekir” fikrinde hem fikir olmuştur. Tartışma süreci yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Toplam etkinlik is yaklaşık 50 dakika sürmüştür.

Etkinlik 3’e Ait Uygulama Süreci

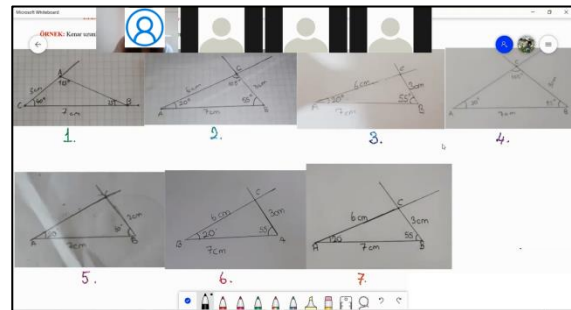
Çevrimiçi bir uygulamada başlatılan toplantı ile öğrencilerle bir araya gelinmiştir. Öğrencilere Etkinlik 3 kapsamındaki “Bir kenarı 3 cm, diğer kenarı 7 cm olan bir üçgen inşa ediniz.” yönergesi yöneltilmiştir. Öğrencilerden bireysel olarak istenilen üçgeni inşa etmeleri istenmiştir. Bu yönergeye göre üçgen inşa etmeye çalışan bazı öğrenciler açılarını nasıl seçmeleri gerektiğini sormuşlardır. Bu etkinliğin amacı açığa ilişkin farkındalık sağlamak olduğundan

tüm öğrenciler tarafından aynı açılarının seçilmesi istenmeyen bir durumdur. Bu nedenle öğretmen sadece kenarlar konusunda sınırlama olduğunu ifade etmiştir. Üçgenin kenar, köşe ve açı bilgilerinin de yazılması gerektiğini hatırlatmıştır. Ancak bu konuda ısrarcı davranılmamıştır. Bu eksik bilgiler, Etkinlik 3 için tartışma sürecine katkı sağlayacaktır. Çizim sürecine yönelik Merve’nin çalışmasına ilişkin ekran görüntüsü Fotoğraf 6’da verilmiştir.



Fotoğraf 6. Merve’nin Çizim Sürecine Ait Görüntü

Çizimler yaklaşık 5 ila 15 dakikada tamamlanmıştır. Tüm öğrenciler çizimlerini tamamladığında çizimlerinin fotoğrafını öğretmene göndermiştir. Öğretmen çizimleri ekrana sığacak şekilde bir araya getirmiş ve numaralandırmıştır. Öğrencilerin göreceği şekilde ekrana yansıtmıştır. Burada dikkat edilmesi gereken üçgenlerin aynı *yön*de olacak şekilde yerleştirilmesidir. Çünkü bu etkinlikte *yön* değişmeyendir. Öğretmenin yansıttığı ekranın görüntüsü Fotoğraf 7’de verilmiştir.



Fotoğraf 7. Üçüncü Etkinlikteki Tüm Çizimler

Çizimler incelendiğinde bir öğrenci hariç diğer öğrencilerin başlangıç açısını 20° seçtikleri görülmektedir. Bu çeşitlilik açısından istenmeyen bir durumdur. Yine de eş olmayan ve eş üçgenlerin olması, karşılıklı kenar ve karşılıklı açılarının eşliğine yönelik farkındalık geliştirmeye imkân sağlamıştır. Çizilen tüm üçgenlerin yönleri aynıdır. Bu etkinlikte *yön*, *değişmeyen* olarak ele alındığından bu durum

sorun teşkil etmemektedir. Çizimler yansıtıldıktan sonra yürütülen tartışma süreci şu şekildedir:

Öğretmen: Sizce hangi üçgenler eş olabilir?

Merve: Bence 2 ve 6 eş.

Öğretmen: Neden sence?

Merve: Açıları ve kenar uzunlukları eşit.

Öğretmen: Peki 4 için ne düşünüyorsun? 2 ve 6 ile eş olabilir mi?

Merve: Bir kenarı yazılmamış.

Öğretmen: Yazılmayan kenarını tahmin edebilir miyiz?

Merve: Tüm açılar ve iki kenarı aynı. O kenar da aynı olur.

Öğretmen: Dördüncü üçgeni çizen kişi verilmeyen kenarı ölçüp söyleyebilir mi?

Seda: 6 cm öğretmenim.

Öğretmen: Ne söyleyebiliriz?

Seda: Öğretmenim, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7'de 20° çizilmiş ama diğer açı hepsinde 55° seçilirken, 5'de 60° seçilmiş. O yüzden bu açı etkiliyor eş olup olmamasını. 5'de yazılmayan kenar 6 cm değildir mesela.

Bu şekilde yürütülen tartışma ile öğrenciler eş olduklarını düşündükleri üçgenleri, gerekçeleri ile ifade etmiştir. Burada öğretmen süreci, *değişen* özelliklerin, eşliği nasıl etkilediğine yönelik farkındalık kazandırmaya odaklanacak şekilde yönetmeye dikkat etmektedir. Sınıf tartışması ile öğrenciler “üçgenlerin eş olabilmesi için iki kenar ve bu kenarlar arasındaki açının eş olması gerekir” fikrinde hem fikir olmuştur. Tartışma süreci yaklaşık 15 dakika sürmüştür. Toplam etkinlik ise yaklaşık 40 dakika sürmüştür.

SONUÇ ve ÖNERİLER

Çalışma sonunda test öğrencilere tekrar uygulanmıştır. Testte yer alan sorulardaki öğrenci başarısı Tablo 2’de verilmiştir. Tablo 2 incelendiğinde, çalışma sonucunda tüm öğrencilerin yönün üçgenlerin eşliğine etkisine dair farkındalığa sahip olduğu görülmektedir. Karşılıklı açıların eşliği ve karşılıklı kenarların eşliği kritik özelliklerine yönelik de tüm öğrencilerin farkındalık geliştirdiği, sadece bir öğrencinin kenarlara yönelik farkındalığı sınayan üçüncü soruya yanlış cevap verdiği görülmektedir. Bu sonuç Varyasyon Teorisi’ne göre tasarlanan etkinliklerin üçgenlerin eşliğine yönelik kritik özelliklerde farkındalık geliştirmede etkili olduğunu göstermektedir. Kritik özelliklerin belirli ilkeler kapsamında ele alınmasının ve değişen ve değişmeyen

örüntüsünün işe koşulmasının bu farkındalığı sağladığı düşünülmektedir.

Tablo 2. Uygulama Sonrasında Öğrencilerin Kritik Özelliklere Yönelik Farkındalıkları

Soru	Doğru	%	Yanlış	%
1	7	%100	0	%0
2	7	%100	0	%0
3	6	%86	1	%13

Öğrenciler üçgen çizimlerini cetvel ve açıölçer ile yaptıklarından, etkinlikler boyunca inşa edilen üçgenlerdeki bazı ölçümlerin yanlış olduğu görülmüştür. Bu durum beklenen bir durumdur. Kâğıt kalem çizimlerinde muazzam ölçümler pek mümkün değildir. Bu durum farkındalık geliştirmeyi etkileyecek bir durum değildir. Önemli olan değişen ve değişmeyen özelliklere odaklanmaktır. Eğer istenirse bu çizimler Dinamik Geometri Yazılımları kullanılarak yapılabilir. Böylece muazzam çizimler elde edilebilir. *Yön* sadece birinci etkinlikte değişen olarak ele alınmıştır. Etkinlik 2 ve Etkinlik 3 uygulanırken, eğer istenirse eş olduğuna karar verilen üçgenlerin yönleri üzerine de tartışma yürütülebilir. Bu sayede öğrenciler tüm kritik özellikleri ele alarak yeni bir *genelleme* yapabilirler.

Çalışmada bazı öğrencilerin üçgenleri diğerlerinden oldukça hızlı inşa ettikleri görülmüştür. Hem sınıf düzeninin sağlanması ve hızlı öğrencilerin dersten kopmaması adına hem de kritik özelliğe yönelik farkındalığın geliştirilmesi adına çizimi tamamlayan öğrencilerin aynı üçgenin farklı çizimleri üzerine düşünmeleri sağlanabilir. Bu çalışmada etkinlikler, COVID-19 pandemisi nedeniyle, uzaktan eğitim ile yürütülmüştür. Yüzyüze etkinlikte de benzer süreç yürütülebilir. Yüzyüze uygulama yapılırken üçgen inşaları renkli kartonlara büyük ölçülerle yapılabilir. İnşa edilen üçgenler kesilerek tahtaya etkinlikte dikkat edilmesi gereken hususlar göz önünde bulundurularak asılabilir. Tahtaya asılan üçgenler üzerine sınıf tartışması yürütülebilir.

Teşekkür

Katılımcı kimliklerinin gizliliğini sağlamak adına ismini veremediğim, uygulamanın yürütülmesine imkân sağlayan özverili matematik öğretmenine teşekkür ederim.

KAYNAKLAR

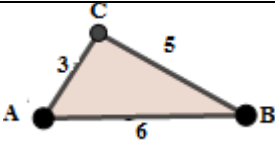
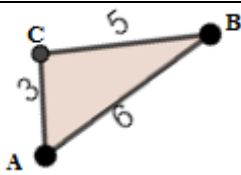
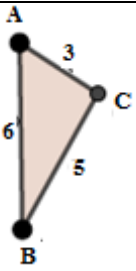
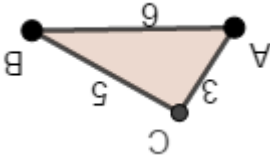
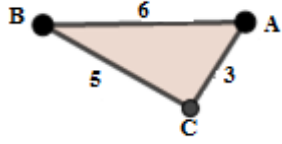
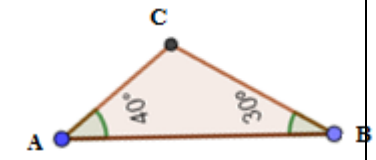
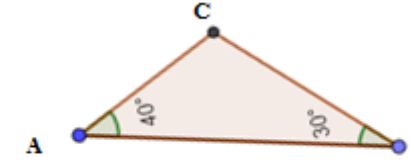
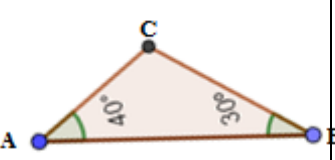
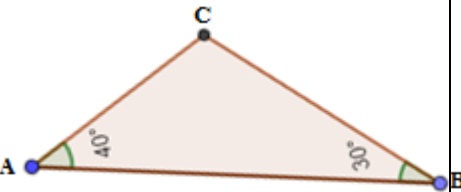
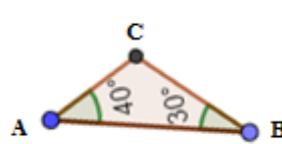
- Athanasopoulou, A. (2008). *An inquiry approach to the study of quadrilaterals using Geometer's Sketchpad: A study with pre-service and in-service teachers* [Unpublished doctoral dissertation]. The University of North Carolina.
- Biber A. Ç. (2020). Students' difficulties in similar triangle questions. *Cypriot Journal of Educational Science*, 15(5), 1146-1159.
<https://doi.org/10.18844/cjes.v15i5.5161>
- Burton, D. M., & Burton, D. M. (1985). *The history of mathematics: An introduction*. Allyn and Bacon.
- Gül, B. (2014). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematik başarıları ile Van Hiele geometri düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Güven, B. (2016). Üçgen II. A. N. Elçi, E. Bukova-Güzel, B. Cantürk-Günhan, E. Ev-Çimen (Editörler) içinde, *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları* (ss. 393-411). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Jing, T. J., Tarmizi, R. A., Bakar, K. A., & Aralas, D. (2017). The adoption of variation theory in the classroom: Effect on students' algebraic achievement and motivation to learn. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 15(2), 307-325.
- Johnson, H. L. (2020). Task design for graphs: Rethink multiple representations with variation theory. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-8.
<https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1824056>
- Lo, M. L. (2012). *Variation theory and the improvement of teaching and learning*. Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and awareness*. L. Erlbaum Associates.
- Marton, F., & Pang, M. F. (2006). On some necessary conditions of learning. *Journal of the Learning Sciences*, 15(2), 193-220.
https://doi.org/10.1207/s15327809jls1502_2
- Marton, F. (2014). *Necessary conditions of learning*. Routledge.
- Marton, F., & Pang, M. F. (2013). Meanings are acquired from experiencing differences against a background of sameness, rather than from experiencing sameness against the background of difference : Putting a conjecture to the test by embedding it in a pedagogical tool. *Frontline Learning Research*, 1, 24-41.
- Marton, F., & Tsui, A. B. (2004). *Classroom discourse and the space of learning*. Erlbaum.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <http://ttkb.meb.gov.tr/>
- Olteanu, C., & Olteanu, L. (2010). To change teaching practice and students' learning of mathematics. *Education Inquiry*, 1(4), 381-397.
<https://doi.org/10.3402/edui.v1i4.21952>
- Pang, M. F. (2008). *Using the learning study grounded on the variation theory to improve students' mathematical understanding* [Presentation]. International Congress on Mathematical Education 11, Monterrey, Mexico.
<http://hub.hku.hk/bitstream/10722/63077/1/Content.pdf>
- Pang, M. F., & Ling, L. M. (2011). Learning study: Helping teachers to use theory, develop professionally, and produce new knowledge to be shared. *Instructional science*, 40(3), 589-606.
<https://doi.org/10.1007/s11251-011-9191-4>
- Pang, M. F., Marton, F., Bao, J. -S., & Ki, W. W. (2016). Teaching to add three-digit numbers in Hong Kong and Shanghai: Illustration of differences in the systematic use of variation and invariance. *ZDM Mathematics Education*, 48, 455-470.
<https://doi.org/10.1007/s11858-016-0790-z>
- Parastuti, R. H., Usodo, B., & Subanti, S. (2018). Student's error in writing mathematical problem solving associated with corresponding angles of the similar triangles. *Pancaran Pendidikan*, 7(1), 186-193.
- Türker, A. A. (2020). *Varyasyon Teorisi ve 5E öğretim modeli'ne göre geliştirilen öğrenme ortamlarının alan kavramına yönelik başarı ve kavram yanlışlarına etkileri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Giresun Üniversitesi.

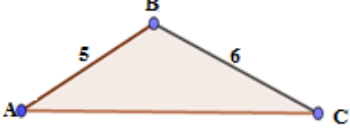
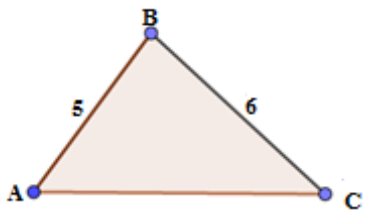
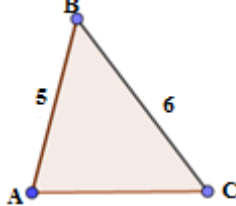
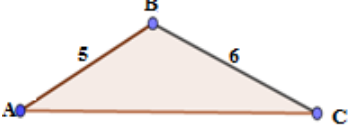
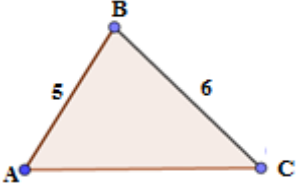
Kaynak Gösterme

Aydın-Güç, F. (2021). Varyasyon Teorisi'ne göre tasarlanan öğrenme ortamından yansımalar: Üçgenlerin eşliği. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 11(1), 16-29. <https://www.ated.info.tr/ojs-3.2.1-3/index.php/ated/issue/view/21>

Ek 1

Üçgenlerin Eşliğine İlişkin Öğrenci Bilgilerinin Belirlenmesine Yönelik Geliştirilen Test

Sevgili Öğrenciler, Aşağıda üç farklı soru vardır. Her soru için ilk kutuda bulunan üçgeni inceleyiniz. Aynı sırada bu üçgene eş olabilecek üçgen veya üçgenleri işaretleyiniz. Neden eş üçgen olduğunu düşündüğünüzü yazınız.					
1	 IACI= 3 br IABI=6 br IBCI=5 br	 IACI= 3 br IABI=6 br IBCI=5 br	 IACI= 3 br IABI=6 br IBCI=5 br	 IACI= 3 br IABI=6 br IBCI=5 br	 IACI= 3 br IABI=6 br IBCI=5 br
	Gerekçenizi yazınız. Eştir çünkü,.... Eş değildir çünkü,....				
2					
	Gerekçenizi yazınız. Eştir çünkü,.... Eş değildir çünkü,....				

3  IABI=5 br IBCI=6 br	 IABI=5 br IBCI=6 br	 IABI=5 br IBCI=6 br	 IABI=5 br IBCI=6 br	 IABI=5 br IBCI=6 br
Gerekçenizi yazınız. Eştir çünkü,..... Eş değildir çünkü,.....				